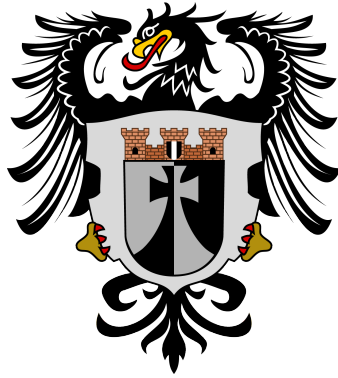




Kaiserliche Militäarakademie zu Greifenburg

Generalexamen

Zur mathematischen Modellierung von
Abnutzungsgefechten und deren Nutzen in Ausbildung
und Feldzugsplanung

nachgereicht durch:

General Filicia Heidemann

18. Juli 2018

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	2
2	Modellierung von Abnutzungsgefechten	3
2.1	Einschränkungen und vereinfachende Annahmen	3
2.2	Modell für gezieltes Feuer	4
2.3	Modell für ungezieltes Feuer	5
2.4	Berücksichtigung gemischter Kräfte	6
2.5	Modell mit asymmetrischen Bedingungen	7
3	Auswertung der Modellgleichungen	8
3.1	Zur Abschätzung von Verlusten	8
3.2	Zur Auswirkung von Qualität und Quantität	9
3.3	Zur Bedeutung der Fähigkeit zur Auffassung von Zielen	10
4	Anwendbarkeit in der Praxis	12
4.1	Verwendung in der Offiziersausbildung	12
4.2	Verwendung in der Feldzugsplanung	12
5	Zusammenfassung	14

Kapitel 1

Einführung

Während Einsatzdoktrinen und etablierte Gefechtsstatktiken aufgrund fortschreitender technischer Entwicklungen im Laufe der Zeit stets einem Wandel unterworfen sind, kann es dennoch als gegeben angenommen werden, dass in der Kriegsführung, insbesondere auf der Ebene der strategischen Planung, eine Reihe von Grundregeln existieren die davon unberührt Bestand haben. Nach bestem Wissen der Autorin, ist es bislang in der bekannten Militärgeschichte noch Niemandem gelungen diese Regeln zu ignorieren und damit auf längere Sicht erfolgreich zu sein. Wenngleich also der Mut und die Fähigkeiten des dreibürgischen Soldaten außer Frage stehen, kann und sollte es für den Feldherrn der ihn in die Schlacht schickt nicht gängige Praxis werden allein im Vertrauen auf diese Eigenschaften gegen jede Wahrscheinlichkeit zu planen. Das Ziel dieser Arbeit ist es die Verhältnisse eines Abnutzungskampfes in einem einfachen Modell¹ abzubilden welches zur Bewertung taktischer Optionen in einer gegebenen Lage herangezogen werden kann. Obwohl die dabei verwendeten Modelle die Realität nur unvollkommen, mit einigen Einschränkungen, abbilden können, werden im Zuge dieser Arbeit Vorschläge unterbreitet in welchem Rahmen sie sowohl in der Ausbildung des Offiziersnachwuchses als auch in einer frühen Phase der Grobplanung militärischer Operationen Anwendung finden könnten.

Im weiteren Verlauf dieser Arbeit werden zunächst die Gleichungen für Abnutzungsgeschechte mit gezieltem und ungezieltem Feuer (einschließlich asymmetrischer Bedingungen) hergeleitet. Diese werden anschließend in Bezug auf die sich aus ihnen ergebenden Folgerungen zur Bedeutung verschiedener Rahmenbedingungen anhand einfacher Beispiele ausgewertet und in Hinblick auf ihren potentiellen praktischen Nutzen für die dreibürgischen Streitkräfte diskutiert.

¹*so*RL-Entsprechung ist das Lanchester Modell (siehe https://en.wikipedia.org/wiki/Lanchester's_laws)*so*

Kapitel 2

Modellierung von Abnutzungsgefechten

2.1 Einschränkungen und vereinfachende Annahmen

Im Zuge dieser Arbeit werden Abnutzungsgefechte über einfache gekoppelte Differentialgleichungen dargestellt welche die Entwicklung der Anzahl kampffähiger Kräfte auf beiden Seiten in der Zeit beschreibt. Dabei wird davon ausgegangen, dass sich beide Seiten mit einer definierten Anzahl von Einheiten gegenüberstehen, gleichzeitig mit dem Beschuss beginnen und eine über der Dauer des Gefechts gleichbleibende Kampfkraft besitzen. Dabei wird stets eine kontinuierliche wechselseitige Abnutzung der Kräfte anegnommen. Faktoren wie die taktische Ausnutzung des Geländes, die Abnahme der Kampfkraft durch begrenzte Reserven an Kampfmitteln sowie das Abziehen erschöpfter und Hinzuführen frischer Einheiten im Laufe einer Schlacht können darin nicht¹ berücksichtigt werden.

Allerdings kann vereinfacht angenommen werden, dass die taktische Ausnutzung des Geländes in erster Linie auf einer kleinen Skale durch im kontinuierlichen Modell nicht darstellbare Vorgänge wie zum Beispiel den Feuerüberfall einer Gruppe der zur Vernichtung einer feindlichen Einheit führt ohne dass diese das Feuer erwidern konnte ins Gewicht fällt und dass, wenn beide Seiten sich der Ausnutzung des Geländes im gleichen Maße bedienen diese auf einer größeren Skale, also im Mittel über zahlreiche Einzelgefechte entweder nicht mehr ins Gewicht fällt oder sich in einem systematischen Vorteil für eine Seite niederschlägt der durch eine gesteigerte effektive Kampfkraft berücksichtigt werden kann. Desweiteren lässt sich anführen, dass Kräfte die einer taktischen Reserve zugeordnet sind keineswegs außerhalb eines Gefechtes stehen sondern innerhalb desselben nur zum späteren Gebrauch zurückgestellt sind. Wenngleich damit der Kritikpunkt bestehen bleibt, dass lediglich ein Abmessen von Kräften ohne Anwendung sinnvoller Gefechtstaktik abgebildet wird, kann angenommen werden, dass sich die Unzulänglichkeiten des Modells in erster Linie in einer inkorrekten Abbildung des zeitlichen Verlaufs niederschlagen, jedoch weniger im Endergebnis sofern die Abweichungen von den Modell-

¹bzw. nur bedingt durch phasenweise Veränderung der Modellparameter

annahmen auf beiden Seiten etwa im gleichen Maße vorliegen. Aus diesem Grund wird im Rahmen dieser Arbeit auf eine explizite Lösung der aufgestellten Systeme von Differentialgleichungen verzichtet (da die auf diese Art gewonnenen zeitabhängigen Funktionen ohnehin nur begrenzte Aussagekraft besitzen würden) und stattdessen deren stationäre Eigenschaften ausgewertet.

Das Ergebnis wird folglich keine detaillierte Beschreibung eines zeitabhängigen Systems, sondern ein Satz relativ simpler Formeln sein die herangezogen werden können um Aussagen zum voraussichtlichen Ausgang eines “taktisch blinden” Abnutzungsgefechts treffen zu können.

2.2 Modell für gezieltes Feuer

Zunächst wird das Modell eines Abnutzungskampfes mit gezieltem Feuer betrachtet. Hierbei ist die Abnahme der Anzahl verfügbarer Kräfte auf beiden Seiten bestimmt durch die Anzahl der auf der jeweils anderen Seite vorhandenen Kräfte und deren Kampfkraft pro Einheit (vereinfacht die durch eine Einheit im Mittel erzielbare Anzahl an Treffern pro Zeiteinheit).

Die beschreibenden Gleichungen lauten:

$$\frac{dR}{dt} = -g * G \quad (2.1)$$

$$\frac{dG}{dt} = -r * R \quad (2.2)$$

wobei R die Anzahl kampffähiger Einheiten der “roten” Seite, r die Kampfkraft der roten Einheiten, G die Anzahl kampffähiger Einheiten der “grünen” Seite und g deren Kampfkraft bezeichnet.

Multipliziert man nun beide Seiten von (2.1) mit (2.2) so lässt sich das Ergebnis in der Form

$$-r * R * \frac{dR}{dt} = -g * G * \frac{dG}{dt} \quad (2.3)$$

schreiben. Bringt man nun beide Terme auf eine Seite und isoliert den Zeitableitungsoperator, so ergibt sich

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{g}{2} * G^2 - \frac{r}{2} * R^2 \right) = 0 \quad (2.4)$$

und damit

$$g * G^2 - r * R^2 = const \quad (2.5)$$

Das heißt bei gleicher Kampfkraft bleibt die Differenz der Quadrate eigener und feindlicher Kräfte über der Dauer des gesamten Gefechts konstant. Tritt also die Grüne Seite mit 5 Einheiten gegen 3 rote Einheiten gleicher Feuerkraft an, so wird, wenn die Anzahl der roten Einheiten auf 0 gefallen ist, die Anzahl der grünen Einheiten bei $G_{End} = \sqrt{G_{End}^2 - 0^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ liegen. Da die Anzahl der Kräfte auf beiden Seiten gleich skaliert, spielt es in diesem Fall keine Rolle ob diese in Kompanien, Regimentern

oder Divisionen bemessen wird solange die gewählte Bezugsgröße nur für beide Seiten gleich ist (Unterschiede in der Mannschaftstärke können im Modell durch Anpassung der effektiven Kampfkraft ausgeglichen werden)

2.3 Modell für ungezieltes Feuer

Beim Abnutzungskampf mit ungezieltem Feuer ist lediglich das Gebiet bekannt in dem sich feindliche Kräfte befinden, nicht jedoch deren genaue Positionen. Eine Waffenwirkung wird dementsprechend lediglich durch Flächenbeschuss erzielt. Dieses Modell bildet zum Beispiel ein Artillerieduell ab in dem keine Seite über Aufklärungsmittel verfügt die mehr als eine grobe Positionsbestimmung der feindlichen Geschütze erlauben.

Die Abnahme der Kräfte auf beiden Seiten wird dabei durch:

$$\frac{dR}{dt} = -g * \sigma_r * G * \frac{R}{A_R} \quad (2.6)$$

$$\frac{dG}{dt} = -r * \sigma_g * R * \frac{G}{A_G} \quad (2.7)$$

beschrieben wobei wie bisher R , G , r und g Anzahl und Feuerkraft der Einheiten auf der roten und der grünen Seite beschreiben. A_G bezeichnet die Fläche auf der die grünen Einheiten verteilt sind, A_R die Fläche auf der die roten Einheiten verteilt sind, σ_g und σ_r bezeichnen die Wirkungsquerschnitte eines Ziels gegenüber den Waffen der grünen und der roten Seite. Wirkungsquerschnitt meint hier die Kreisfläche um einen Zielpunkt innerhalb derer ein Treffer noch zum Ausschalten des Ziels führt. Eine 40 mm Granate wie sie zum Beispiel aus dem G40-GW verschossen wird, wirkt gegen Weichziele innerhalb eines Radius von 3 m tödlich[1], das heißt ein solches Ziel würde ausgeschaltet sofern der Einschlagpunkt der Granate nicht mehr als 3 m vom Ort des Ziels entfernt liegt, der Wirkungsquerschnitt wäre in diesem Fall $\sigma = \pi * 3^2 = 28,27 \text{ m}^2$. Für ein einzelnes Projektil kann näherungsweise angenommen werden, dass ein Treffer innerhalb eines Radius von 20 cm um den Mittelpunkt des Torso zum Ausschalten eines Ziels führt womit sich ein Wirkungsquerschnitt von $\sigma = \pi * 0,2^2 = 0,13 \text{ m}^2$ ergibt. In diesem Fall hängen die Verluste also nicht nur von der Anzahl der am Gefecht beteiligten feindlichen Waffen ab, sondern auch davon wie hoch deren Flächenwirkung ist, wie viele Kräfte auf der eigenen Seite stehen und wie groß das Gebiet ist über das diese verteilt sind.

Verfährt man mit (2.6) und (2.7) in gleicher Weise wie zuvor mit (2.1) und (2.2) so folgt:

$$-r * \frac{\sigma_g}{A_G} * R * G * \frac{dR}{dt} = -g * \frac{\sigma_r}{A_R} * R * G * \frac{dG}{dt} \quad (2.8)$$

und damit

$$\frac{d}{dt} \left(g * \frac{\sigma_r}{A_R} * G - r * \frac{\sigma_g}{A_G} * R \right) = 0 \quad (2.9)$$

sowie folglich

$$g * \frac{\sigma_r}{A_R} * G - r * \frac{\sigma_g}{A_G} * R = \text{const} \quad (2.10)$$

Anders als zuvor im Modell mit gerichteter Waffenwirkung, ergibt sich hier also lediglich ein linearer Zusammenhang statt eines quadratischen.

2.4 Berücksichtigung gemischter Kräfte

Bisher wurden die Kräfte beider Seiten als homogene Blöcke angenommen. In der Realität liegen dagegen in der Regel selbst auf Ebene eines Zuges mit Unterstützungswaffen bereits gemischte Kräfte vor. Daher soll deren Behandlung an dieser Stelle kurz betrachtet werden. Zu diesem Zweck werden die Kräfte der grünen Seite nun in zwei Fraktionen G_1 und G_2 eingeteilt die über unterschiedliche Feuerkraft g_1 und g_2 verfügen (es gilt $G = G_1 + G_2$). Dies würde zum Beispiel einen Zug mit angeschlossenen MG-Trupps abbilden.

Die rote Seite erleidet nun Verluste proportional zu Anzahl und Feuerkraft der einzelnen grünen Fraktionen während die Verluste jeder Fraktion der grünen Seite neben der Anzahl und Kampfkraft der roten Einheiten auch von ihrem relativen Anteil an der gesamten grünen Streitmacht abhängt. Die beschreibenden Formeln lauten:

$$\frac{dR}{dt} = -g_1 * G_1 - g_2 * G_2 \quad (2.11)$$

$$\frac{dG_1}{dt} = -r * R * \frac{G_1}{G} \quad (2.12)$$

$$\frac{dG_2}{dt} = -r * R * \frac{G_2}{G} \quad (2.13)$$

und können ähnlich wie bisher kombiniert werden.

$$\frac{r^2 * R^2}{G^2} * G_1 * G_2 * \frac{dR}{dt} = g_1 * \frac{r * R}{G} * G_1 * G_2 * \frac{dG_1}{dt} + g_2 * \frac{r * R}{G} * G_1 * G_2 * \frac{dG_2}{dt} \quad (2.14)$$

Diese Gleichung kann nun vereinfacht werden zu

$$r * R * \frac{dR}{dt} = g_1 * G * \frac{dG_1}{dt} + g_2 * G * \frac{dG_2}{dt} \quad (2.15)$$

und ergibt nach Einsetzen von $G = G_1 + G_2$

$$r * R * \frac{dR}{dt} = g_1 * G_1 * \frac{dG_1}{dt} + g_1 * G_2 * \frac{dG_1}{dt} + g_2 * G_1 * \frac{dG_2}{dt} + g_2 * G_2 * \frac{dG_2}{dt} \quad (2.16)$$

Werden die beiden mittleren Terme unter Verwendung von (2.12) und (2.13) umgeformt so folgt

$$r * R * \frac{dR}{dt} = g_1 * G_1 * \frac{dG_1}{dt} + g_1 * G_1 * \frac{dG_2}{dt} + g_2 * G_2 * \frac{dG_1}{dt} + g_2 * G_2 * \frac{dG_2}{dt} \quad (2.17)$$

und damit

$$r * R * \frac{dR}{dt} = (g_1 * G_1 + g_2 * G_2) * \left(\frac{dG_1}{dt} + \frac{dG_2}{dt} \right) \quad (2.18)$$

Definiert man mit

$$\bar{g} = \frac{g_1 * G_1 + g_2 * G_2}{G} \quad (2.19)$$

eine mittlere Kampfkraft für die grüne Streitmacht und beachtet dass $dG/dt = dG_1/dt + dG_2/dt$ gilt, so nimmt (2.18) die Form

$$r * R * \frac{dR}{dt} = \bar{g} * G * \frac{dG}{dt} \quad (2.20)$$

an und es folgt

$$\bar{g} * G^2 - r * R^2 = \text{const} \quad (2.21)$$

Nehmen wir zusätzlich an, dass die roten Einheiten mit unterschiedlicher Effektivität auf G_1 und G_2 wirken so ändern sich die Differentialgleichungen (2.11)-(2.13) zu

$$\frac{dR}{dt} = -g_1 * G_1 - g_2 * G_2 \quad (2.22)$$

$$\frac{dG_1}{dt} = -r_1 * R * \frac{G_1}{G} \quad (2.23)$$

$$\frac{dG_2}{dt} = -r_2 * R * \frac{G_2}{G} \quad (2.24)$$

Mit einer ähnlichen Rechnung wie zuvor lässt sich auch in diesem Fall zeigen dass

$$\bar{g} * G^2 - \bar{r} * R^2 = \text{const} \quad (2.25)$$

gilt, wobei $\bar{g}$ wie zuvor nach (2.19) definiert ist und $\bar{r}$ nach

$$\bar{r} = \frac{r_1 * G_1 + r_2 * G_2}{G} \quad (2.26)$$

Das hier verwendete Modell ist somit auf inhomogene Einheiten anwendbar sofern die nötige Aufmerksamkeit darauf verwandt wird einen sinnvollen Wert für die mittlere effektive Feuerkraft beider Seiten in ihrer Wirkung aufeinander zu bestimmen.

2.5 Modell mit asymmetrischen Bedingungen

Zum Abschluss diese Kapitels soll der Fall asymmetrischer Gefechtsbedingungen betrachtet werden bei dem die rote Seite durch gezieltes Feuer analog zu (2.2) wirkt während die grüne Seite nicht in der Lage ist die Positionen feindlicher Kräfte exakt zu bestimmen und daher ihre Wirkung analog zu (2.6) entfaltet. Die Modellgleichungen lauten in diesem Fall also:

$$\frac{dR}{dt} = -g * \sigma_r * G * \frac{R}{A_R} \quad (2.27)$$

$$\frac{dG}{dt} = -r * R \quad (2.28)$$

Dieses Differentialgleichungssystem lässt sich zu

$$r * R * \frac{dR}{dt} = g * \frac{\sigma_r}{A_R} * G * R * \frac{dG}{dt} \quad (2.29)$$

kombinieren und durch Kürzen von R vereinfachen

$$r * \frac{dR}{dt} = g * \frac{\sigma_r}{A_R} * G * \frac{dG}{dt} \quad (2.30)$$

Wird der Zeitableitungsoperator isoliert so folgt

$$\frac{d}{dt} \left(g * \frac{\sigma_r}{2 * A_R} * G^2 - r * R \right) \quad (2.31)$$

und damit

$$g * \frac{\sigma_r}{2 * A_R} * G^2 - r * R = \text{const} \quad (2.32)$$

Kapitel 3

Auswertung der Modellgleichungen

3.1 Zur Abschätzung von Verlusten

Die stationären Gleichungen für Abnutzungsgefechte mit gezieltem und ungezieltem Feuer erlauben ausgehend von den Ausgangsstärken der eigenen und der feindlichen Kräfte und deren relativer Kampfkraft eine Abschätzung darüber welche Seite das Gefecht voraussichtlich für sich entscheiden wird und welche Kräfte der siegreichen Seite nach Abschluss des Gefechts noch zur weiteren Verwendung zur Verfügung stehen werden. Für den Fall, dass ein Gefecht nicht bis zur vollständigen Vernichtung einer Seite geführt wird sondern (wie es in der Realität die Regel ist) bis an den Punkt an dem eine Seite in Folge erlittender Verluste den Kampf abbricht und den Rückzug antritt so erfolgt diese Abschätzung indem in die jeweils anzuwendende stationäre Gleichung für die Anzahl der unterlegenen Seite bei Gefechtsende ein von Null verschiedener Wert eingesetzt wird.

Nehmen wir an die grüne Seite verfügt über 10 Einheiten, die rote über 8 Einheiten gleicher Kampfstärke. Bei einem Gefecht bis zur vollständigen Vernichtung der unterlegenen Seite würde Grün nach Gefechtsende noch über

$$G_{End} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

Einheiten verfügen. Wird stattdessen angenommen dass die rote Seite den Kampf abbricht sobald sie auf die Hälfte ihrer Ausgangsstärke (hier also auf 4 Einheiten) gefallen ist so ändert sich die Anzahl der für Grün verbleibenden Kräfte auf

$$G_{End} = \sqrt{10^2 - 8^2 + 4^2} = 7,2$$

Betrachtet man im vorliegenden Beispiel die Verluste für Grün im Verhältnis dazu ab welcher Verlustquote Rot das Gefecht abbricht so ergibt sich

R_{End}/R_{Start}	G_{End}/G_{Start}
0,75	0,85
0,5	0,72
0,25	0,63
0	0,6

Sofern nicht der Dauer des Gefechts als solcher eine entscheidende Bedeutung zukommt oder anderweitig besondere Umstände vorliegen sondern seine Rückwirkung auf die strategische Ebene sich allein in der Vernichtung feindlicher Kräfte bemisst, ist der sprichwörtliche Kampf bis zum letzten Mann gegen einen überlegenen Gegner nur wenig sinnvoll da sich ab einem bestimmten Punkt die Verluste der überlegenen Seite nur noch geringfügig erhöhen. Ein guter Offizier sollte daher den Punkt erkennen an dem er mit den ihm zur Verfügung stehenden Mitteln keine wesentliche Wirkung mehr erzielen kann und besser beraten ist diese für eine spätere Verwendung zu erhalten und ein verlorenes Gefecht weder deutlich vor noch wesentlich nach diesem Punkt abbrechen.

Tatsächlich wird kaum jemals eine Einheit bis zur völligen Vernichtung kämpfen doch lässt sich der Punkt an dem der Wille den Kampf fortzusetzen gebrochen wird nur schwer einschätzen. Unter bestimmten Umständen kann eine Einheit selbst nach vergleichsweise geringen Verlusten die Flucht antreten, während eine andere den Kampf selbst nach einem Verlust von 90% ihrer Ausgangsstärke noch fortsetzt. Soll in der Planung einer Operation der Kräftebedarf auf einem bestimmten Punkt eingeschätzt werden, so sollte im Interesse einer konservativen Abschätzung tatsächlich davon ausgegangen werden, dass die feindlichen Kräfte auf diesem Punkt bis zur vollständigen Vernichtung Widerstand leisten werden. Wie die obige Tabelle illustriert wird die Abweichung einer Abschätzung unter dieser Annahme von einer Abschätzung unter Annahme eines späten Zusammenbruch des feindlichen Widerstands nicht allzu groß ausfallen.

Sollen die eigenen Verluste im Gefecht unter 5% liegen, so ergibt sich bei identischer Kampfkraft eigener und feindlicher Einheiten aus (2.5) ein Richtwert für das anzustrebende Kräfteverhältnis von wenigstens 4 zu 1.

3.2 Zur Auswirkung von Qualität und Quantität

Während im Abnutzungsgefecht mit ungezieltem Feuer nach (2.10) Effektivität und Anzahl der Einheiten auf beiden Seiten in gleicher Weise zum Gefechtsausgang beitragen, wirkt im Kampf mit gezieltem Feuer, welcher im Folgenden als Regelfall betrachtet werden soll, nach (2.5) die Anzahl der eingesetzten Einheiten quadratisch, deren Kampfkraft dagegen lediglich linear. Die Konsequenz daraus ist, dass sich in einem solchen Gefecht Quantität weit stärker auswirkt als Qualität. Die Implikationen dieser Tatsache sollen an dieser Stelle am Beispiel der Verhältnisse des dreibürgisch-stauffischen Krieges illustriert werden.

Im dreibürgisch-stauffischen Krieg wurde der relative Kampfwert einer stauffischen Infanterieeinheit im Vergleich zu einer dreibürgischen mit 0,7 bewertet. Nach (2.5) folgt, dass die naive Annahme eine 7/10 Unterlegenheit des Feindes an Kampfkraft würde bedeuten dreibürgische Kräfte könnten ein Gefecht mit einer zahlenmäßigen Unterlegenheit von 7 zu 10 für sich entscheiden ein gefährlicher Irrtum wäre. Tatsächlich lässt sich leicht nachrechnen dass die stauffischen Streitkräfte ein solches hypothetisches Gefecht mit $\sqrt{0,7 * 10^2 - 7^2} = 4,6$ überlebenden Einheiten gewonnen hätten was einer Verlustquote von 54% entspricht.

Modifizieren wir den vorgenannten Fall nun in der Weise, dass die stauffischen Kräfte in zwei Gruppen à 5 Einheiten aufgeteilt sind die zu weit voneinander entfernt sind um sich gegenseitig zu unterstützen. Der Befehlshaber der dreibürgischen Streitkräfte entschließt sich dazu nicht im Vertrauen auf die eigene Überlegenheit passiv in seiner Stellung abzuwarten bis sich die stauffischen Streitkräfte zu einem konzentrierten Schlag gegen ihn vereinigt haben sondern sie vor diesem Zeitpunkt nacheinander anzugreifen. Dies würde in zwei aufeinanderfolgenden Gefechten resultieren in denen die dreibürgischen Kräfte mit $\sqrt{7^2 - 0,7 * 5^2} = 5,6$ und $\sqrt{5,6^2 - 0,7 * 5^2} = 3,7$ also Gesamtverlusten von etwa 47% ihrer Ausgangsstärke den Sieg davontragen¹.

Das hier betrachtete Beispiel illustriert die altbekannte Weisheit, dass es in der Strategie zu den wichtigsten Grundsätzen zählt seine Kräfte zusammenzuhalten. Dies gilt in besonderem Maße für Streitkräfte deren Stärke allein in ihrer größeren Zahl liegt. Im zweiten betrachteten Szenario war es die Ausnutzung einer stärkeren Konzentration der dreibürgischen Kräfte in Zeit und Raum gepaart mit ihrem höheren Kampfwert die einen glücklichen Ausgang auch unter ungünstigen Gesamtverhältnissen ermöglicht hat.

Greifen wir noch einmal die Betrachtung aus dem vorangegangenen Abschnitt auf ab welchem Kräfteverhältnis die eigenen Verluste unter 5% liegen würden, so ergibt sich für einen Gegner dessen Kampfwert relativ zu den eigenen Kräften bei 0,7 liegt ein Verhältnis von 3 zu 1 anstelle des bei gleichem Kampfwert ermittelten Verhältnisses von 4 zu 1. Während also eine relativ zum Feind betrachtet höhere Effektivität der eigenen Kräfte nicht von der Notwendigkeit entbindet ein deutliches Übergewicht auf dem entscheidenden Punkt zu bilden, kann sie den für die Durchführung einer Operation benötigten Umfang an einzuplanenden Einheiten spürbar reduzieren.

3.3 Zur Bedeutung der Fähigkeit zur Auffassung von Zielen

Anhand der Gleichung für asymmetrische Gefechtsbedingungen (2.32), soll nun zum Abschluss dieses Kapitels untersucht werden, welche Bedeutung der Fähigkeit zur Auffassung von Zielen zukommt. Da hier der Einfluss der zahlenmäßigen Stärke beider Seiten unterschiedlich skaliert, muss in diesem Fall mehr Sorgfalt auf die Wahl der Bezugsgrößen verwandt werden. Im folgenden werden dafür Einheiten nach einsatzfähigen Waffen festgelegt, im Falle von mit Gewehren ausgestatteten Schützen, entspricht eine Einheit also einem Soldaten, im Falle eines mit einem MG-44 ausgestatteten MG-Trupps entspricht eine Einheit zwei Soldaten.

Betrachten wir das Beispiel eines 10 m hohen und 20 m breiten Gebäudes aus dem heraus 10 Soldaten der roten Seite mit gezieltem Einzelfeuer Soldaten der grünen Seite bekämpfen die ihrerseits die Position der roten Soldaten nicht ausmachen können und zu deren Bekämpfung lediglich ungezieltes Feuer in die Gebäudefront abgeben.

Der Wirkungsquerschnitt eines Projektils gegen einen Soldaten der roten Seite wird wie

¹Es lässt sich leicht nachrechnen, dass bei gleicher Kampfstärke der stauffischen und der dreibürgischen Infanterie in diesem Szenario die stauffischen Kräfte das erste Gefecht verlieren, das zweite jedoch knapp gewinnen würden

im letzten Kapitel mit $\sigma_r = \pi * 0,2^2 = 0,13 \text{ m}^2$ abgeschätzt. Die zu bestreichende Fläche beträgt $A_R = 10 * 20 = 200 \text{ m}^2$. Nehmen wir zunächst an dass Grün und Rot mit gleichen Mitteln kämpfen (in diesem Fall Einzelfeuer aus Gewehren) also $g = r$ gilt, so müsste Grün in diesem Fall $G = \sqrt{10 * 2 * 200 / (\pi * 0,2^2)}$ also wenigstens 179 Soldaten aufbieten um ein Abnutzungsgefecht unter diesen Umständen zu gewinnen². Modifizieren wir das Szenario in der Form, dass Grün die Gebäudefront mit Feuer aus MG-44 bestreicht, so müssen die relativen Kampfstärken neu bewertet werden. Der Einfachheit halber gehen wir davon aus dass jeder rote Soldat in der Lage ist 3 gezielte Einzelschuss pro Minute abzugeben während das MG-44 1200 Schuss pro Minute abgibt³. Um einen MG-Trupp vollständig auszuschalten sind zwei Treffer erforderlich, für das Ausschalten eines Gewehrschützen dagegen nur einer, somit folgt $r = 3/2 = 1,5$ und $g = 1200/1 = 1200$. Mit ähnlicher Rechnung wie zuvor folgt nun, dass Grün um das Abnutzungsgefecht zu gewinnen $G = \sqrt{1,5 * 10 * 2 * 200 / (1200 * \pi * 0,2^2)}$ also mindestens 7 MG-Trupps einsetzen müsste.

Der Nachteil einer mangelnden Fähigkeit zur Auffassung von Zielen muss im betrachteten Beispiel also durch einen massiven Einsatz an überlegener Feuerkraft ausgeglichen werden wenn das Gefecht von Grün als Abnutzungskampf geführt und gewonnen werden soll. Dabei ist zu beachten, dass dies hauptsächlich aus einem ungünstigen Verhältnis von σ_r zu A_R folgt. Dass die Anzahl grüner Einheiten in (2.32) quadratisch, die der roten Einheiten jedoch linear eingeht, legt nahe, dass unter bestimmten Umständen (z.B. Einsatz von Waffen mit hoher Flächenwirkung oder eine sehr hohe Dichte von Zielen) die Abgabe von ungezieltem Feuer Vorteile gegenüber gezieltem Feuer haben kann.

²Ein taktisch sinnvollerer Zug für Grün wäre hier sofern keine anderen Hilfsmittel zur Verfügung stehen, das feindliche Schussfeld im geschlossenen Sprung zu überwinden und das Gebäude zu stürmen.

³Es ist zu beachten dass die praktische Schussfolge realistisch gesehen geringer ausfällt. Im Szenario eines Gefechts mit gezieltem Feuer wäre hier in jedem Fall die Anzahl möglicher kontrollierter Feuerstöße pro Minute zu verwenden nicht die theoretisch maximal mögliche Schussfolge.

Kapitel 4

Anwendbarkeit in der Praxis

4.1 Verwendung in der Offiziersausbildung

Wie die Betrachtungen im vorangegangenen Kapitel gezeigt haben, ergeben sich eine Reihe von grundsätzlichen Richtlinien für Strategie und Taktik zwanglos aus den in dieser Arbeit hergeleiteten Gleichungen. Wenngleich die aufgestellten Modelle kaum geeignet sind um einen realen Schlachtverlauf im Detail nachzubilden, so stellen sie doch ein einfaches Mittel für eine grobe Abschätzung des zu erwartenden Ergebnisses dar und erlauben durch ihre Einfachheit eine Bewertung verschiedener Szenarien mit geringem Zeitaufwand. Es ist daher die Überzeugung der Autorin, dass die sich aus den hier betrachteten Modellen ergebenden stationären Gleichungen zumindest in der Anfangsphase der Offiziersausbildung eingesetzt werden können um Offiziersanwärter für die Bedeutung verschiedener Rahmenbedingungen eines Gefechts zu sensibilisieren und ihnen durch selbständige Anwendung der Gleichungen ein Gespür dafür zu vermitteln welche Vorgehensweisen unter welchen Umständen besonders erfolgversprechend sind.

Die Möglichkeit Beispiele wie die in dieser Arbeit verwendeten eigenständig auswerten zu können, erlaubt es den Offiziersanwärtern sich wesentliche Grundregeln selbst zu erschließen und in der Folge stärker zu verinnerlichen als durch blosses passives Erlernen. Mit Blick auf die einfache Handhabbarkeit der Gleichungen kann der Offiziersnachwuchs angehalten werden sich auch außerhalb des formalen Unterrichtsrahmens wie etwa in einer frühen Zwischenprüfung oder Seminararbeit mit diesen zu befassen um zum Beispiel ein vorgegebenes Szenario unter Variation einzelner Bedingungen auszuwerten und begründete Schlussfolgerungen abzugeben.

4.2 Verwendung in der Feldzugsplanung

Im Laufe eines Feldzuges treten hauptsächlich zwei Effekte in Erscheinung die zu einem Zusammenschmelzen der eigenen Kräfte führen. Zum Einen die Notwendigkeit Truppen zurückzulassen um eroberte Gebiete zu sichern oder umgangene feindliche Einheiten in befestigten Positionen zu neutralisieren, zum Anderen die im Laufe des Feldzuges in einzelnen Schlachten erlittenen Verluste. Beide Effekte müssen bei der Kalkulation des benötigten Umfangs an eigenen Kräften berücksichtigt werden um das Risiko zu minimie-

ren dass die geplanten Operationen ab einem bestimmten Punkt undurchführbar werden, der Feldzug zum Erliegen kommt und dem Feind ohne Anstrengung die Initiative zufällt.

Während der Bedarf an Sicherungskräften in eroberten Gebieten anhand der jeweiligen Verhältnisse abgeschätzt werden muss und an dieser Stelle nicht behandelt werden soll, können die im Zuge dieser Arbeit aufgestellten stationären Gleichungen verwendet werden um eine Abschätzung der in den im Zuge des Feldzuges vorgesehenen Schlachten zu erwartenden Verluste zu erhalten. Wenn auch der Bezug der hier entwickelten Modelle zur Realität nicht überstrapaziert werden sollte, so kann ihr Einsatz doch in einer frühen Phase in der verschiedene Entwürfe des Feldzugsplans gegeneinander abgewogen werden müssen als Bewertungskriterium herangezogen werden und dabei helfen Schwachpunkte wie eine zu große Verteilung eigener Kräfte, aus strategischer Sicht potentiell inakzeptabel hohe Verluste in einer einzelnen Schlacht oder eine mögliche Überbeanspruchung der verfügbaren Kräfte durch eine zu große Anzahl vorgegebener Ziele frühzeitig zu identifizieren.

Kapitel 5

Zusammenfassung

Im Zuge dieser Arbeit wurde durch Modellierung von Abnutzungsgefechten mittels gekoppelter Differentialgleichungen gezeigt, dass für Gefechte mit gezielter Waffenwirkung

$$g * G^2 - r * R^2 = const$$

und für Gefechte mit ungezielter Waffenwirkung

$$g * \frac{\sigma_r}{A_R} * G - r * \frac{\sigma_g}{A_G} * R = const$$

gilt.

Im Falle gemischter Kräfte bezeichnen r und g dabei jeweils den mittleren Kampfwert jeder Seite in ihrer Wirkung auf die jeweils andere ohne dass sich die Struktur der Formeln dadurch verändert.

Während diese Formeln nicht jeden Aspekt eines realen Gefechts exakt nachbilden und daher keine präzisen Vorhersagen zum Ausgang eines solchen liefern werden, sind sie in ihrer Struktur einfach genug um ohne nennenswerte mathematische Ausbildung handhabbar zu sein und verdeutlichen eine Reihe einfacher Grundsätze wie die Bedeutung der Vereinigung der Kräfte in Zeit und Raum oder der Notwendigkeit selbst bei technischer Überlegenheit ein deutliches Übergewicht zu bilden um die eigenen Verluste gering zu halten. Aufgrund dieser Eigenschaften sind sie geeignet Offiziersanwärtern in der Anfangsphase ihrer Ausbildung ein einfaches Werkzeug zur Bewertung verschiedener taktischer Situationen an die Hand zu geben mit dem sie sich elementare taktische Grundsätze selbst erarbeiten können und für die Bedeutung verschiedener Rahmenbedingungen eines Gefechts sensibilisiert werden.

Ein weiteres mögliches Einsatzgebiet liegt in der Grobplanung von Feldzügen wo die beschriebenen Formeln herangezogen werden können um den gesamten Kräftebedarf bzw. die mit den vorhandenen Kräften voraussichtlich erreichbaren Ziele abzuschätzen, verschiedene Entwürfe eines Feldzugsplans gegeneinander abzuwägen oder potentielle Risiken und Schwachpunkte frühzeitig zu identifizieren.

Literaturverzeichnis

- [1] F. Heidemann. *Handbuch der dreibürger Streitkräfte zum Einsatz handgehaltener 40mm Granatwerfer im Gefecht*. Verlag der dreibürgerischen Streitkräfte, Greifenburg, 2011.